

# חדוא 1

## פרק 10 - חישוב נגזרת של פונקציה

### תוכן העניינים

(ללא ספר) .....	1.	כלי הגזירה .....
1 .....	2.	תרגול בכלי הגזירה .....
5 .....	3.	תרגילים נוספים לפי סוגים .....
8 .....	4.	גזירה סטומה .....
10 .....	5.	כלל השרשת .....
13 .....	6.	גזירה לוגריתמית .....

## תרגול בכלי הגירה

### שאלות

גזרו פערמיטים את הפונקציות הבאות (בשאלות 35-27 מצאו רק את הנגזרת הראשונה):

$$f(x) = \frac{2x^2}{(x+1)^2} \quad (3) \quad f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{2x+10} \quad (2) \quad f(x) = \frac{x^2 + 2x + 4}{2x} \quad (1)$$

$$f(x) = \left(\frac{x+1}{x-1}\right)^3 \quad (6) \quad f(x) = \frac{x^3}{(x+1)^2} \quad (5) \quad f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 4} \quad (4)$$

$$f(x) = x \cdot \ln x \quad (9) \quad f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}} \quad (8) \quad f(x) = \frac{\ln x}{x} \quad (7)$$

$$f(x) = \ln^2 x + 2 \ln x - 32 \quad (12) \quad f(x) = \ln \sqrt{\frac{1}{2-x}} \quad (11) \quad f(x) = x^2 \cdot \ln x \quad (10)$$

$$f(x) = (x+2) \cdot e^x \quad (15) \quad f(x) = e^x \quad (14) \quad f(x) = \ln^2 x + \frac{1}{\ln^2 x} \quad (13)$$

$$f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 1} \quad (18) \quad f(x) = \sqrt[3]{x^2} \quad (17) \quad f(x) = x \cdot e^{-2x^2} \quad (16)$$

$$f(x) = \cos(x^4) \quad (21) \quad f(x) = \sin(x^3) \quad (20) \quad f(x) = \sqrt[3]{x^2}(1-x) \quad (19)$$

$$f(x) = \ln(\cos x^2) \quad (24) \quad f(x) = \tan(x^2) \quad (23) \quad f(x) = \sin^3 x \quad (22)$$

$$f(x) = (x+1)^{\sin x} \quad (27) \quad f(x) = \arctan(x^2) \quad (26) \quad f(x) = \arcsin(2x+3) \quad (25)$$

$$y = x^{\ln x} \quad (30) \quad f(x) = (\cos x)^{\ln x} \quad (29) \quad f(x) = (\sin x)^x \quad (28)$$

$$y = \left(\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right)^{\sqrt{x}} \quad (33) \quad y = x^{\sqrt{x}} \quad (32) \quad y = \sqrt[3]{x} \quad (31)$$

$$y = (x+1)^{(x+1)} \quad (35) \quad y = (x^2 + 1)^x \quad (34)$$

**הערה:** בשאלות 28 ו-29 נציג שתי דרכי פתרון. מומלץ לצפות בשתייה.

### תשובות סופיות

$$f'(x) = \frac{2x^2 - 8}{4x^2}, \quad f''(x) = \frac{4}{x^3} \quad (1)$$

$$f'(x) = \frac{2x^2 + 20x - 62}{(2x+10)^2}, \quad f''(x) = \frac{448}{(2x+10)^3} \quad (2)$$

$$f'(x) = \frac{4x}{(x+1)^3}, \quad f''(x) = \frac{4(1-2x)}{(x+1)^4} \quad (3)$$

$$f'(x) = \frac{x^2(x^2 - 12)}{(x^2 - 4)^2}, \quad f''(x) = \frac{4x \cdot (2x^2 + 24)}{(x^2 - 4)^3} \quad (4)$$

$$f'(x) = \frac{x^2(x+3)}{(x+1)^3}, \quad f''(x) = \frac{6x}{(x+1)^4} \quad (5)$$

$$f'(x) = -\frac{6(x+1)^2}{(x-1)^4}, \quad f''(x) = 12 \frac{(x+1)(x+3)}{(x-1)^5} \quad (6)$$

$$f'(x) = \frac{1 - \ln x}{x^2}, \quad f''(x) = \frac{2 \ln x - 3}{x^3} \quad (7)$$

$$f'(x) = \frac{2 - \ln x}{2x^{1.5}}, \quad f''(x) = \frac{3 \ln x - 8}{4x^{2.5}} \quad (8)$$

$$f'(x) = \ln x + 1, \quad f''(x) = \frac{1}{x} \quad (9)$$

$$f'(x) = x(2 \ln x + 1), \quad f''(x) = 2 \ln x + 3 \quad (10)$$

$$f'(x) = \frac{1}{2(2-x)}, \quad f''(x) = \frac{1}{(4-2x)^2} \quad (11)$$

$$f'(x) = \frac{2}{x}(\ln x + 1), \quad f''(x) = \frac{-2 \ln x}{x^2} \quad (12)$$

$$f'(x) = \frac{2}{x} \left[ \frac{(\ln x)^4 - 1}{(\ln x)^3} \right], \quad f''(x) = -\frac{2}{x^2} \left\{ \frac{(\ln x)^5 - (\ln x)^4 - (\ln x) - 3}{(\ln x)^4} \right\} \quad (13)$$

$$f'(x) = e^{\frac{1}{x}} \cdot \left( -\frac{1}{x^2} \right), \quad f''(x) = e^{\frac{1}{x}} \left( \frac{1+2x}{x^4} \right) \quad (14)$$

$$f'(x) = e^{\frac{1}{x}} \left( \frac{x^2 - x - 2}{x^2} \right), \quad f''(x) = e^{\frac{1}{x}} \left( \frac{5x + 2}{x^4} \right) \quad (15)$$

$$f'(x) = e^{-2x^2} (1 - 4x^2), \quad f''(x) = -4xe^{-2x^2} (3 - 4x^2) \quad (16)$$

$$f'(x) = \frac{2}{3 \cdot \sqrt[3]{x}}, \quad f''(x) = -\frac{2}{9 \cdot \sqrt[3]{x^4}} \quad (17)$$

$$f'(x) = \frac{2x}{\sqrt[3]{(x^2 - 1)^2}}, \quad f''(x) = \frac{2}{3} \cdot \frac{-\frac{1}{3}x^2 - 1}{(x^2 - 1)^{5/3}} \quad (18)$$

$$f'(x) = \frac{2 - 5x}{3\sqrt[3]{x}}, \quad f''(x) = -\frac{2}{9} \cdot \frac{1 + 5x}{\sqrt[3]{x^4}} \quad (19)$$

$$f'(x) = \cos(x^3) \cdot 3x^2, \quad f''(x) = -9x^4 \sin(x^3) + 6x \cdot \cos(x^3) \quad (20)$$

$$f'(x) = -\sin(x^4) \cdot 4x^3, \quad f''(x) = -16x^6 \cos(x^4) - 12x^2 \cdot \sin(x^4) \quad (21)$$

$$f'(x) = 3\sin^2 x \cdot \cos x, \quad f''(x) = 6\sin x \cos^2 x - 3\sin^3 x \quad (22)$$

$$f'(x) = \frac{2x}{\cos^2(x^2)}, \quad f''(x) = \frac{2 \cdot \cos^2(x^2) - 8x^2 \cos(x^2) \sin(x^2)}{\cos^4(x^2)} \quad (23)$$

$$f'(x) = \tan(x^2) \cdot (-2x), \quad f''(x) = \frac{-4x^2}{\cos^2(x^2)} - 2\tan(x^2) \quad (24)$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1 - (2x+3)^2}} \cdot 2, \quad f''(x) = \frac{4(2x+3)}{\left(1 - (2x+3)^2\right)^{1.5}} \quad (25)$$

$$f'(x) = \frac{2x}{1+x^4}, \quad f''(x) = \frac{2-6x^4}{(1+x^4)^2} \quad (26)$$

$$f'(x) = x^{\sin x} \left( \cos x \cdot \ln(x+1) + \frac{\sin x}{x+1} \right) \quad (27)$$

$$f'(x) = (\sin x)^x (\ln(\sin x) + \cot x \cdot x) \quad (28)$$

$$f'(x) = (\cos x)^{\ln x} \cdot \left( \frac{\ln(\cos x)}{x} - \tan x \cdot \ln x \right) \quad (29)$$

$$y' = x^{\ln x} \left( \frac{2 \ln x}{x} \right) \quad (30)$$

$$y' = x^{\frac{1}{x}-2} (1 - \ln x) \quad (31)$$

$$y' = \frac{1}{\sqrt{x}} \cdot x^{\sqrt{x}} \left( \frac{\ln x}{2} + 1 \right) \quad (32)$$

$$y' = \left( \sqrt{x} + \frac{1}{x} \right)^{\sqrt{x}} \left( \frac{1}{2\sqrt{x}} \cdot \ln \left( \sqrt{x} + \frac{1}{x} \right) + \frac{1}{\sqrt{x+\frac{1}{x}}} \left( \frac{1}{2\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2} \right) \cdot \sqrt{x} \right) \quad (33)$$

$$y' = (x^2 + 1)^x \left( 1 \cdot \ln(x^2 + 1) + \frac{1}{x^2 + 1} \cdot 2x \cdot x \right) \quad (34)$$

$$y' = (x+1)^{(x+1)} [\ln(x+1) + 1] \quad (35)$$

## תרגילים נוספים לפי סוגים

### שאלות

#### הנגזרת של פונקציית חזקה

(1) גזוו את הפונקציות הבאות:

$$f(x) = x^2 \quad \text{ג.}$$

$$f(x) = x^7 \quad \text{ב.}$$

$$f(x) = x^3 \quad \text{א.}$$

$$f(x) = x^{-1} \quad \text{ד.}$$

$$f(x) = x^{-3} \quad \text{ה.}$$

$$f(x) = x^1 \quad \text{כ.}$$

$$f(x) = x^{\frac{3}{4}} \quad \text{ט.}$$

$$f(x) = x^{\frac{1}{3}} \quad \text{ח.}$$

$$f(x) = x^{\frac{1}{2}} \quad \text{ז.}$$

#### הנגזרת של קבוע כפול פונקציה

(2) גזוו את הפונקציות הבאות:

$$f(x) = \frac{1}{2}x^4 \quad \text{ג.}$$

$$f(x) = 3x^7 \quad \text{ב.}$$

$$f(x) = 2x^3 \quad \text{א.}$$

$$f(x) = 3x^{-2} \quad \text{ד.}$$

$$f(x) = 8x^1 \quad \text{ה.}$$

$$f(x) = \frac{x^6}{7} \quad \text{כ.}$$

$$f(x) = \frac{x^{\frac{2}{3}}}{3} \quad \text{ט.}$$

$$f(x) = 6x^{\frac{1}{2}} \quad \text{ח.}$$

$$f(x) = \frac{4}{x} \quad \text{ז.}$$

#### הנגזרת של קבוע

(3) גזוו את הפונקציות הבאות:

$$f(x) = \frac{7}{8} \quad \text{ב.}$$

$$f(x) = 12 \quad \text{א.}$$

#### הנגזרת של סכום והפרש

(4) גזוו את הפונקציות הבאות:

$$f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{x^3}{6} + \frac{3x}{4} - \frac{2}{5} \quad \text{ב.}$$

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 5 \quad \text{א.}$$

### הנגזרת של פונקציה חזקה מורכבת

5) גזוו את הפונקציות הבאות :

$$f(x) = 3(x - x^2)^2 \quad \text{א.}$$

$$f(x) = (x^3 + 6)^5 \quad \text{ב.}$$

$$f(x) = (5x - 2)^3 \quad \text{ג.}$$

$$f(x) = \frac{2(x+1)^4}{3} \quad \text{ד.}$$

$$f(x) = \frac{(5-x)^3}{4} \quad \text{ז.}$$

### הנגזרת של אחד חלקי איקס

6) גזוו את הפונקציות הבאות :

$$f(x) = \frac{3}{x^3} \quad \text{ט.}$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2} \quad \text{א.}$$

$$f(x) = \frac{2}{x} \quad \text{ב.}$$

$$f(x) = \frac{3}{x} \quad \text{ג.}$$

$$f(x) = \frac{6}{x+5} \quad \text{ד.}$$

$$f(x) = \frac{2}{3-x} \quad \text{ו.}$$

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 3x} \quad \text{ז.}$$

### הנגזרת של מכפלה

7) גזוו את הפונקציות הבאות :

$$f(x) = (5x+1)(x-3) \quad \text{א.}$$

$$f(x) = (5x+1)^3(x-3) \quad \text{ב.}$$

$$f(x) = x^3(6-x)^4 \quad \text{ג.}$$

### הנגזרת של מנת

8) גזוו את הפונקציות הבאות :

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 3} \quad \text{א.}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{5x - 12} \quad \text{ב.}$$

$$f(x) = \frac{3x - 1}{1 + 2x} \quad \text{ג.}$$

$$f(x) = \frac{3}{x^3} \quad \text{ד.}$$

$$f(x) = \frac{1}{x} \quad \text{ה.}$$

$$f(x) = \frac{x^2 + 8}{x - 1} \quad \text{ז.}$$

### הנגזרת של שורש

9) גזוו את הפונקציות הבאות :

$$f(x) = \sqrt{x^3 - 1} \quad \text{א.}$$

$$f(x) = 4\sqrt{x+1} \quad \text{ב.}$$

$$f(x) = \sqrt{x} \quad \text{ג.}$$

$$f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x}} \quad \text{ד.}$$

$$f(x) = x^2\sqrt{x+3} \quad \text{ה.}$$

$$f(x) = (3x+1)\sqrt{x} \quad \text{ז.}$$

## תשובות סופיות

(1)

$$f'(x) = 2x \quad .\text{א}$$

$$f'(x) = 7x^6 \quad .\text{ב}$$

$$f'(x) = 3x^2 \quad .\text{ג}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} \quad .\text{ד}$$

$$f'(x) = 3x^{-4} \quad .\text{ה}$$

$$f'(x) = 1 \quad .\text{ט}$$

$$f'(x) = \frac{3}{4}x^{-\frac{1}{4}} \quad .\text{ו}$$

$$f'(x) = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} \quad .\text{ז}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad .\text{ח}$$

(2)

$$f'(x) = 2x^3 \quad .\text{א}$$

$$f'(x) = 21x^6 \quad .\text{ב}$$

$$f'(x) = 6x^2 \quad .\text{ג}$$

$$f'(x) = -\frac{6}{x^3} \quad .\text{ד}$$

$$f'(x) = 8 \quad .\text{ה}$$

$$f'(x) = \frac{6x^5}{7} \quad .\text{ט}$$

$$f'(x) = \frac{2}{9\sqrt[3]{x}} \quad .\text{ו}$$

$$f'(x) = \frac{3}{\sqrt{x}} \quad .\text{ז}$$

$$f'(x) = -\frac{4}{x^2} \quad .\text{ח}$$

0. ב

0. ג (3)

$$f'(x) = x^3 - \frac{x^2}{2} + \frac{3}{4} \quad .\text{ב}$$

$$f'(x) = 3x^2 + 4x - 3 \quad .\text{ג}$$

$$f'(x) = 15x^2(x^3 + 6)^4 \quad .\text{ד}$$

$$f'(x) = 15(5x - x)^2 \quad .\text{ט}$$

$$f'(x) = \frac{8(x+1)^3}{3} \quad .\text{ו}$$

$$f'(x) = -\frac{3}{4}(5-x)^2 \quad .\text{ז}$$

$$f'(x) = 6(x-x^2)(1-2x) \quad .\text{ח}$$

$$f'(x) = -\frac{9}{x^4} \quad .\text{ט}$$

$$f'(x) = -\frac{2}{x^3} \quad .\text{א}$$

$$f'(x) = \frac{2}{x^2} \quad .\text{ב}$$

$$f'(x) = -\frac{3}{x^2} \quad .\text{ג}$$

$$f'(x) = -\frac{6}{(x+3)^2} \quad .\text{ד}$$

$$f'(x) = \frac{2}{(3-x)^2} \quad .\text{ה}$$

$$f'(x) = -\frac{2x-3}{(x^2-3x)^2} \quad .\text{ו}$$

$$f'(x) = (5x+1)^2(20x-44) \quad .\text{ז}$$

$$f'(x) = x^2(6-x)^3(18-7x) \quad .\text{ח}$$

$$f'(x) = \frac{8x}{(x^2+3)^2} \quad .\text{ט}$$

$$f'(x) = \frac{5x^2-24x-5}{(5x-12)^2} \quad .\text{א}$$

$$f'(x) = \frac{5}{(1+2x)^2} \quad .\text{ב}$$

$$f'(x) = -\frac{9}{x^4} \quad .\text{ג}$$

$$f'(x) = -\frac{1}{x^2} \quad .\text{ה}$$

$$f'(x) = \frac{(x-4)(x+2)}{(x-1)^2} \quad .\text{ו}$$

$$f'(x) = \frac{3x^2}{2\sqrt{x^3-1}} \quad .\text{ז}$$

$$f'(x) = \frac{2}{\sqrt{x+1}} \quad .\text{ב}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \quad .\text{ג}$$

$$f'(x) = \frac{x-3}{2x\sqrt{x}} \quad .\text{ה}$$

$$f'(x) = \frac{x(5x+12)}{2\sqrt{x+3}} \quad .\text{ו}$$

$$f'(x) = \frac{9x+1}{2\sqrt{x}} \quad .\text{ט}$$

## גירה סטומה

### שאלות

1) גזו את הפונקציה הסטומה  $x^2 + y^5 - 1 = 1$ .

2) גזו את הפונקציה הסטומה  $4 \ln x + 10 \ln y = y^2$ .

3) גזו את הפונקציה הסטומה  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{xy}$ .

4) נתונה הפונקציה הסטומה הבאה  
חשבו את  $y'$  בנקודה  $(1,2)$ .

5) נתונה הפונקציה הסטומה הבאה  
חשבו את  $y'$  בנקודה  $y=0$ .

6) גזו את הפונקציה הסטומה  $x^y - xy = 10$ .

7) גזו את הפונקציה הסטומה  $x^y - y^x = 1$ .

8) נתונה פונקציה סטומה  $xy - y^3 + x^2 - x = 0$   
מצאו את ערך  $y^n$  בנקודה  $y=1$ .

9) נתון עקום שמשוואתו  $yx^2 + e^y = x$   
א. הראו שעבור  $x=1$  קיים ערך  $y$  אחד ויחיד ומצאו אותו.  
ב. חשבו את  $y'$  בנקודה  $x=1$ .

10) נתון כי המשווה  $h(y) - x + 1 = 2x^3 + 4e^y + 2y$   
מגדירה את  $y(x)$  כפונקציה סטומה של  $x$ .  
נתון כי  $h(y)$  גירה ברציפות ויורדת.  
הוכחו כי  $y(x)$  יורדת חזק.

**תשובות סופיות**

$$5y^4 - 1 \neq 0, \quad y' = \frac{-2x}{5y^4 - 1} \quad (1)$$

$$\frac{10}{y} - 2y \neq 0, \quad y' = \frac{\frac{4}{-x}}{\frac{10}{y} - 2y} \quad (2)$$

$$\sqrt{x} \neq 0, \quad \sqrt{x} \neq 1, \quad y' = \frac{\sqrt{y}-1}{2\sqrt{x}} \cdot \frac{2\sqrt{y}}{1-\sqrt{x}} \quad (3)$$

$$y'_{(1,2)} = -\frac{14}{11} \quad (4)$$

$$y'_{(1,0)} = 1 \quad (5)$$

$$x^y \cdot \ln x - x \neq 0, \quad y' = \frac{y - x^y \cdot \frac{y}{x}}{x^y \cdot \ln x - x} \quad (6)$$

$$x^y \ln x - y^x \cdot \frac{x}{y} \neq 0, \quad y' = \frac{-x^y \cdot \frac{y}{x} + y^x \cdot \ln y}{x^y \ln x - y^x \cdot \frac{x}{y}} \quad (7)$$

$$-1 \quad (8)$$

$$y''_{(1,0)} = -\frac{9}{8} \text{ ב.} \quad (9)$$

**(10) שאלת הוכחה.**

## כל השרשרת

### שאלות

**1)** נתונה פונקציה  $f(x)$ , המקיים  $f'(4) = 10$

ונדר פונקציה חדשה:  $g(x) = f(x^2)$

חשבו את  $g'(2)$ .

**2)** ענו על הסעיפים הבאים:

א. נתונה פונקציה  $f(x)$ . ונדר פונקציה חדשה

$$z(x) = f\left(\frac{1}{x}\right) - f(4x+1)$$

חשבו את  $z'(x)$ .

ב. נתונה פונקציה  $f(x)$  המקיים  $f(1) = 2, f'(1) = e$

ונדר פונקציה חדשה  $z(x) = f^2(\ln x) + \frac{1}{f^2(\ln x)}$

חשבו את  $z'(e)$ .

**3)** נתונה הפונקציה  $g(x) = \frac{f^2(\sqrt{x}) - 1}{f(\sqrt{x})}$

ידעו כי  $f(10) = f'(10) = 4$

חשבו  $g'(100)$ .

**4)** נתונה הפונקציה  $g(x) = \frac{f\left(\frac{1}{x}\right) + 4}{f\left(\frac{1}{x^2}\right)}$

ידעו כי  $f(1) = 1, f'(1) = 4$

חשבו  $g'(1)$ .

5) נתונה הפונקציה  $\cdot g(x) = \frac{f^2(\ln x)}{f(\ln x) + 1}$

ידוע כי  $f(0) = 2$ ,  $f'(0) = 1$

חשבו  $g'(1)$ .

6) נתונה הפונקציה  $\cdot g(x) = \frac{f^{10}(4x) + 1}{f\left(\frac{4}{x}\right) + 1}$

ידוע כי  $f(4) = 1$ ,  $f'(4) = 2$

חשבו  $g'(1)$ .

7) נתונה הפונקציה  $\cdot g(x) = \frac{\sqrt[4]{f^7(x^2)}}{f(x^4)}$

ידוע כי  $f(1) = 1$ ,  $f'(1) = 4$

חשבו  $g'(1)$ .

8) ענו על הסעיפים הבאים :

א. הוכיחו שהנגזרת של פונקציה זוגית היא פונקציה אי-זוגית  
והנגזרת של פונקציה אי-זוגית היא פונקציה זוגית.

ב. הפונקציה  $f(x)$  היא אי-זוגית. בדקו האם הפונקציה  $(x)'''$   
היא זוגית או אי-זוגית.

ג. הפונקציה  $f(x)$  אי-זוגית נגדיר  $\cdot g(x) = (f(x))^4$   
קבעו האם הפונקציה  $(x)'g$  זוגית או אי-זוגית.

ד. ידוע שנגזרת של פונקציה היא זוגית.  
האם ניתן לקבוע שהפונקציה היא אי-זוגית?

**תשובות סופיות**40 **(1)**

$$z'(e) = 3 \frac{3}{4} . \text{ ב. } z'(x) = f'\left(\frac{1}{x}\right)\left(-\frac{1}{x^2}\right) - f'(4x+1) \cdot 4 . \text{ נ. } \quad \text{(2)}$$

 $\frac{17}{80}$  **(3)**36 **(4)** $\frac{8}{9}$  **(5)**44 **(6)**-2 **(7)**

ב. אי-זוגית. ג. אי-זוגית. ד. לא.

**(8)**

## גירה לוגריתמית

### שאלות

גירו את הפונקציות הבאות:

$$y = \sqrt[4]{\frac{10x-1}{x+1}} \cdot \sqrt[10]{(2x+1)^7} \quad (1)$$

$$y = \left( \sqrt[4]{10x+1} \right)^{2x} \quad (2)$$

$$y = \frac{(x+2)^{3x+4} \cdot (5x+6)}{(7x+8) \cdot (9x+10)} \quad (3)$$

### תשובות סופיות

$$y' = y \left[ \frac{1}{4} \frac{1}{10x-1} \cdot 10 + \frac{7}{10} \frac{1}{2x+1} \cdot 2 - \frac{1}{4} \frac{1}{x+1} \right] \quad (1)$$

$$y' = \left( (10x+1)^{\frac{1}{4}} \right)^{2x} \cdot \frac{1}{4} \left[ 2^x \cdot \ln 2 \cdot \ln(10x+1) + \frac{1}{10x+1} \cdot 10 \cdot 2^x \right] \quad (2)$$

$$y' = y \left[ 3 \cdot \ln(x+2) + \frac{1}{x+2} (3x+4) + \frac{1}{5x+6} \cdot 5 - \frac{1}{7x+8} \cdot 7 - \frac{1}{9x+10} \cdot 9 \right] \quad (3)$$